**QUIZ 2**

**ΛΑΜΠΡΙΝΙΔΗ ΑΡΓΥΡΩ**

**ΑΕΜ 693**

 **Μέθοδος διχοτόμησης**

1. **Αν** $f\left(x\right)$ **είναι πραγματική συνεχής συνάρτηση στο διάστημα** $\left[a,b\right]$**, και** $f\left(α\right)f\left(b\right)<0$**, τότε για** $f\left(x\right)=0$**, υπάρχει τουλάχιστον μια ρίζα στο διάστημα** $\left[a,b\right]$**.**
2. **Υποθέστε το αρχικό διάστημα** $\left[1,5\right]$ **, στο τέλος της δεύτερης επανάληψης η προσεγγιστική τιμή της ρίζας της συνάρτησης t**$e^{-t}-0.3=0$ **με τη μέθοδο της διχοτόμησης είναι:**

**α=1**

**β=5**

**γ=**$\frac{α+β}{2}$**=**$\frac{1+5}{2}$**=**$\frac{6}{2}$**=3**

$f\left(1\right)$**=0.0678**

$f\left(5\right)$**=-0.2665**

$f\left(3\right)$**=-0.1509**

**Επειδή** $f\left(α\right)f\left(γ\right)>0$ **τότε β=γ=3 =>** $f\left(β\right)$**=** $f\left(3\right)$**=-0.1509**

**γ=**$\frac{α+β}{2}$**=**$\frac{1+3}{2}$**=**$\frac{4}{2}$**=2**

$f\left(2\right)$**=-0.0293**

**Οπότε**  **C) 2**

1. **Για την προσέγγιση μιας ρίζας της** $f\left(x\right)=0$ **, με τη μέθοδο διχοτόμησης δίνονται κάτω και άνω προσεγγίσεις** $x\_{l}$ **και** $x\_{u}$ **της ρίζας στην αρχή της επανάληψης. Στο τέλος της επανάληψης, το απόλυτο σχετικό σφάλμα της προσέγγισης θα είναι**

 **D)** $\left|\frac{x\_{u}-x\_{l}}{x\_{u}+x\_{l}}\right|$

1. **Για την εξίσωση** $x^{2}=0$**, υπάρχει η ρίζα x=0. Δε μπορούμε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο της διχοτόμησης για να προσεγγίσουμε αυτή τη ρίζα διότι η συνάρτηση f**$\left(x\right)=x^{2}$

**C) είναι πάντα μη αρνητική**

**Newton-Raphson Μέθοδο**

1. **Η Newton-Raphson εξίσωση για την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας ενός πραγματικού αριθμού R για την εξίσωση** $x^{2}-R=0$ **είναι**

 **D)**$x\_{n+1}=x\_{n}-\frac{x\_{n}^{2}-R}{2x\_{n}}=\frac{2x\_{n}^{2}-x\_{n}^{2}+R}{2x\_{n}}=\frac{x\_{n}^{2}+R}{2x\_{n}}=\frac{1}{2}\left(x\_{n}+\frac{R}{x\_{n}}\right)$

1. **Αν υποθέσουμε ότι η αρχική προσέγγιση της ρίζας της εξίσωσης** $x^{2}-4=0$ **είναι 3 τότε η επόμενη προσέγγιση σύμφωνα με την μέθοδο Newton-Raphson είναι**

$x\_{0}=3$

$f\left(x\_{n}\right)=9-4=5$

$f^{'}\left(x\right)=2x=6$

**h=-**$\frac{5}{6}$

**C)** $x\_{n+1}=3-\frac{5}{6}=2.167$

1. **Θεωρήστε ότι η ρίζα της εξίσωσης** $f\left(x\right)=0$ **βρίσκεται με τη μέθοδο Newton-Raphson. Η αρχική εξίσωση της ρίζας είναι** $x\_{0}=3$**, f**$\left(3\right)=5$**. Η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη στη συνάρτηση** $f\left(x\right)$ **στο x=3 είναι** $57^{ο}$ **ως προς τον άξονα των χ. Η επόμενη προσέγγιση της ρίζας,** $χ\_{1}$ **είναι κοντά**

$x\_{0}=3$

$f\left(3\right)=5$

$f^{'}\left(3\right)=tan57^{o}=1.539$

**h=-**$\frac{5}{1.539}=3.2488$

**B)** $x\_{1}=-0.2470$

1. **Εφαρμόστε τη μέθοδο Newton-Raphson για την προσέγγιση της ρίζας της εξίσωσης** $x^{3}=4$ **.Υπολογίστε τις διαδοχικές προσεγγίσεις της ρίζας και συμπληρώστε τον σχετικό πίνακα.(Για αρχικές τιμές -2,0,5)**

**Για** $x\_{0}=-2$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | $$f\left(x\right)$$ | $$f^{'}\left(x\right)$$ | **h** |
| **-2** | **-12** | **12** | **1** |
| **-1** | **-5** | **3** | **1.6667** |
| **0.667** | **-3.7036** | **1.3335** | **2.7773** |
| **3.444** | **36.8497** | **35.5834** | **-1.0356** |
| **2.4084** | **9.9696** | **17.4012** | **-0.5729** |
| **1.8355** | **2.1839** | **10.1071** | **-0.216** |
| **1.6195** | **0.2475** | **7.8683** | **-0.0314** |
| **1.5881** | **0.0052** | **7.5662** | **-0.0006** |
| **1.5875** | **0.0007** | **7.5605** | **-0.00009** |

**Για** $x\_{0}=0$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | $$f\left(x\right)$$ | $$f^{'}\left(x\right)$$ | **h** |
| **0** | **-4** | **0** | **Δε μπορεί να υπολογιστεί**  |

**Για** $x\_{0}=5$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | $$f\left(x\right)$$ | $$f^{'}\left(x\right)$$ | **h** |
| **5** | **121** | **50** | **-2.42** |
| **2.58** | **13.1735** | **19.9692** | **-0.6596** |
| **1.9204** | **7.0823** | **11.0638** | **-0.6401** |
| **1.2803** | **-1.9013** | **4.9175** | **0.3866** |
| **1.6669** | **0.6315** | **8.3356** | **-0.0757** |
| **1.5912** | **0.0287** | **7.5957** | **-0.0037** |
| **1.5875** | **0.0007** | **7.5604** | **-0.00009** |

**Μέθοδο της Τέμνουσας**

1. **Η μέθοδος της τέμνουσας χρησιμοποιεί έναν από τους τύπους για την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας του R από την εξίσωση** $x^{2}-R=0$**. Ποια είναι η σωστή?**

**A)**$x\_{n}-\frac{f\left(x\right)}{\frac{f\left(x\_{n}\right)-f\left(x\_{n-1}\right)}{x\_{n}-x\_{n-1}}}=x\_{n}-\frac{x\_{n}^{2}-R}{\frac{x\_{n}^{2}-R-\left(x\_{n-1}^{2}-R\right)}{x\_{n}-x\_{n-1}}}=x\_{n}-\frac{\left(x\_{n}-x\_{n-1}\right)\left(x\_{n}^{2}-R\right)}{x\_{n}^{2}-x\_{n-1}^{2}}=x\_{n}-\frac{x\_{n}^{3}-x\_{n}R-x\_{n}^{2}x\_{n-1}+x\_{n-1}R}{x\_{n}^{2}-x\_{n-1}^{2}}=\frac{x\_{n}^{3}-x\_{n}x\_{n-1}^{2}-x\_{n}^{3}+x\_{n}R+x\_{n}^{2}x\_{n-1}-x\_{n-1}R}{x\_{n}^{2}-x\_{n-1}^{2}}=\frac{x\_{n}x\_{n-1}\left(x\_{n}-x\_{n-1}\right)+R\left(x\_{n}-x\_{n-1}\right)}{\left(x\_{n}-x\_{n-1}\right)\left(x\_{n}+x\_{n-1}\right)}=\frac{x\_{n}x\_{n-1}+R}{x\_{n}+x\_{n-1}}$